DEMOSTRACIÓN

Dado $\|u+v\|^2+\|u-v\|^2=2\|u\|^2+2\|v\|^2$ demuestre la ley del paralelogramo

Desarrollo

Sea u,v ϵR^n tenemos

$\|u+v\|^{2=}(u-v)(u-v)$

- $=u.u-\mathrm{uv}-v.u+\mathrm{vv}$

  $=\|u\|^2-2\mathrm{uv}+\|v\|^2$

por otro lado

$\|u-v\|^2=(u-v)(u-v)$

$=u.u-u.v-v.u+\mathrm{vv}$

$=\|u\|^2-2\mathrm{uv}+\|v\|^2$

por lo tanto

$\|u-v\|^2+\|u+v\|^2=(\|u\|^2-2\mathrm{uv}+\|v\|^2)+(\|u\|^2-2\mathrm{uv}+\|v\|^2)$

$=2\|u\|^2+2\|v\|^2$